АЙТЕМНО-ОТГОВОРНА ТЕОРИЯ. ОСНОВНИ МОДЕЛИ ПРИ ДИХОТОМНИ АЙТЕМИ

Георгиев Николай
Студент по психология - Софийски университет "Св. Климент Охридски"

Айтемно-отговорната теория е една от най-популярните съвременни тестови теории. Тема на настоящото съобщение са основните модели на Айтемно-отговорната теория при дихотомни айтеми. Съобщението се състои от четири части. Първата, въвеждаща част изброява главните предимства на Айтемно-отговорната теория пред Класическата тестова теория и представя основните допускания, формиращи теоретичната база на Айтемно-отговорната теория. Втората част въвежда понятието за характеристичната крива на айтема, като акцентира върху измерването на латентния признак и вероятността за даване на правилен отговор. Разглеждат се двата основни параметъра на айтема – трудност и дискриминативна способност. Специално внимание е отделено на особеностите на логистичната функция. Третата част представя основните модели при дихотомни айтеми – модел на Раш, еднопараметричен, двупараметричен и трипараметричен модел. Изяснява се срещащото се в някои източници различие между модела на Раш и еднопараметричния модел. Въвежда се третият параметър на айтема – вероятност за налучкване на отговора. Четвъртата, заключителна част обобщава особеностите на основните айтемно-отговорни модели при дихотомни айтеми и параметрите на айтема.

Item Response Theory is one of the most popular contemporary test theories. The topics of the present report are the basic Item Response Theory models for dichotomous items. The report consists of four parts. The first, introductory part itemizes the major advantages of Item Response Theory over Classical Test Theory and presents the underlying assumptions that form the theoretical basis of Item Response Theory. The second part leads in the concept of the item characteristic curve, emphasizing on the latent trait measurement and the probability of giving correct response. The two fundamental item parameters – the item difficulty and the item discrimination, are defined. Considerable attention is devoted to the specifications of the logistic function. The third part represents the basic models for dichotomous items – the Rasch model, the one-parameter model, the two-parameter model and the three-parameter model. The differentiation between the Rasch and the one-parameter model, which is found in some sources, is explained. The third item parameter – the guessing parameter, is defined. The fourth, concluding part reviews the basic IRT models for dichotomous items, their specifications and the item parameters.

Въведение

Неслучайно Айтемно-отговорната теория (АОТ) е сред най-популярните съвременни тестови теории. Основна причина за това, наред с описателните й достойнства, са редицата предимства, които тя притежава пред Класическата тестова теория (КТТ). Главното нейно предимство се изразява в оценяването на параметрите на всеки айтем независимо от тестираната извадка и постигането по този начин на тяхната константност при различаващи се извадки в рамките на една и съща популация. От друга страна, изчисляването на параметрите на айтемите позволява при измерване на латентния признак да се използват различни айтеми, което прави резултата независим от самите айтеми или от определена тяхна комбинация, както е при готовите тестови инструменти. На трето място, при КТТ за всеки айтем се оценява една единствена стандартна грешка, докато при АОТ точността на айтема се оценява за всяко равнище на измервания латентен признак. И, накрая, докато при КТТ индивидуалните различия се представят неотчетливо – чрез сумарни балове, при АОТ те се представят чрез изчисления, базирани на отговорите на всеки отделен айтем.

Постигането на този набор от предимства се дължи на трите основни допускания, формиращи теоретичната база на Айтемно-отговорната теория:

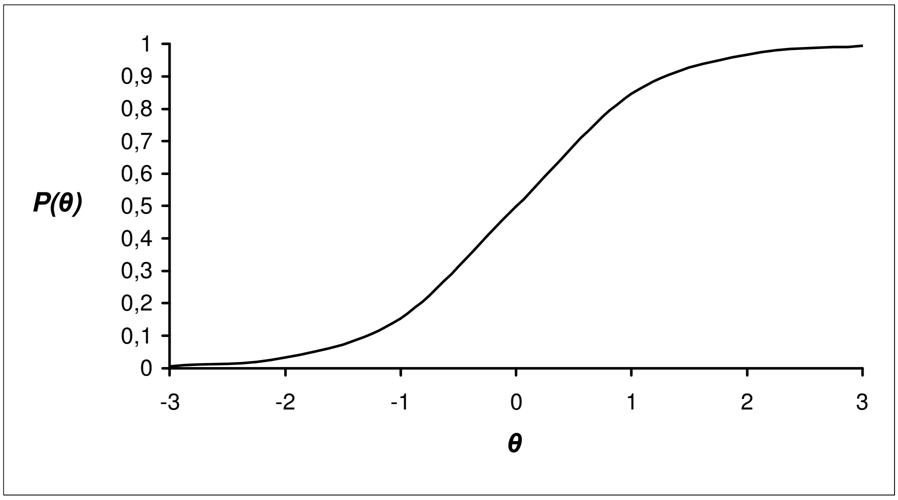
1) Еднодименсионалност – всеки айтем от дадената съвкупност измерва един единствен латентен признак, представен като непрекъсната променлива, която приема стойности в интервала $(-\infty;+\infty)$;

2) Локална независимост – различните айтеми са независими един от друг, единствената връзка между тях се обяснява чрез зависимостта им от латентната променлива;

3) Нормална разпределеност на латентния признак – латентния признак е нормално разпределен в популацията (за някои променливи това допускане не е в сила).

Характеристична крива на айтема

Основният елемент на Айтемно-отговорната теория, на който се базират всички други нейни конструкти, е характеристичната крива на айтема. Тя представлява графика на вероятността за даване на правилен отговор (*P(θ)*) като функция на латентната променлива (*θ*). Теоретичният интервал, в който се изменя *θ* е (-∞;+∞). Ако обаче приемем, че *θ* е нормално разпределена със средна 1 и стандартно отклонение 0, стойностите, в които варира на практика, са в интервала[-3;3]. На всяка стойност на *θ* съответства различна *P(θ)*. Обикновено *P(θ)* е малка при ниски стойности на *θ* и голяма – при високи. Графично *P(θ)* се представя като крива с формата на разтеглено S – характеристичната крива на айтема (фиг. 1).



Фиг. 1. Характеристична крива на айтема.

Точното разположение се определя от две стойности – параметрите на айтема трудност и дискриминативна способност. Трудността показва колко труден е айтемът и определя мястото на кривата. Дискриминативната способност показва в каква степен айтемът диференцира изследвани лица с различни *θ* и определя наклона на кривата.
За построяване на характеристичната крива на айтема се използва логистична функция, която изразява зависимостта между *θ* и *P(θ)*:

(1) $$P(\theta) = \frac{1}{1+e^{-DL}},$$

където e= 2,7183 е неперовото число, D – константа, равна на 1,702, а L – израз, в който се съдържат двата основни параметъра на айтема и латентния признак *θ*.
Важна особеност на логистичната функция е, че графиката й е асимптотична относно най-малката и най-голямата вероятност за даване на правилен отговор. Математически това може да бъде записано във вида:

(2) $$\lim_{\theta \to -\infty} P(\theta) = 0\,;\ \lim_{\theta \to +\infty} P(\theta) = 1$$

и означава, че при безкрайно малки и безкрайно големи стойности на *θ* *P(θ)* се доближава безкрайно съответно до 0 и 1, но никога не приема тези стойности. Това осигурява на логистичната функция важно предимство пред на пръв поглед простите линейни модели: тя може да обхване всички изследвани лица, дори те да имат *θ* на повече от 3 стандартни отклонения от средната аритметична.

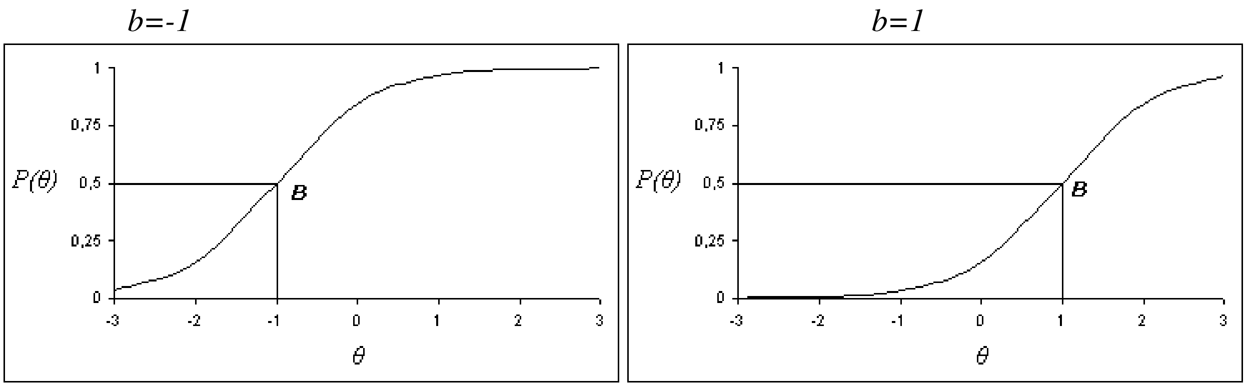
Основни модели при дихотомни айтеми

В светлината на моделите на Айтемно-отговорната теория под дихотомен айтем се разбира не айтем с два варианта за отговор, а айтем, чийто варианти за отговор, колкото и да са на брой, попадат в две категории – правилен и неправилен отговор. В зависимост от това колко и кои от параметрите на дихотомния айтем се използват, за да го характеризират, се разграничават еднопараметричен модел (или модел на Раш), двупараметричен модел и трипараметричен модел.

Еднопараметричният модел се свързва с математика Георг Раш. В някои източници моделът на Раш и еднопараметричният модел се разглеждат като еквивалентни, а в някои – не. Последните разграничават двата модела чрез константата *D*, по която се умножава степенния показател на *e* във формула (1). Когато се прави разграничение, тази константа отсъства при модела на Раш и се въвежда при еднопараметричния модел. Нейната функция е да преобразува данните във вид, удобен за интерпретация в термините на нормалното разпределение. Чрез умножаването на степенния показател на *e* с *D* интервалът [-3;3], в който обикновено се изменя θ, обхваща по-голям интервал на изменение на $P(\theta)$. Формулата, с която се изчислява $P(\theta)$ при еднопараметричния модел има вида:

(3) $$P(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-D(\theta - b)}},$$

където *b* е трудността на айтема.



Фиг. 2. Айтеми с различна трудност. Първият айтем е по-лесен от втория.

Трудността на айтема рефлектира върху $P(\theta)$ по следния начин: колкото по-малка е *b*, толкова по-изтеглена нагоре е кривата т.е. $P(\theta)$ е общо взето по-голяма; колкото по-голяма е *b*, толкова по-изтеглена надолу е кривата т.е. $P(\theta)$ е общо взето по-малка (фиг. 2). Математически *b* може да бъде определено като точката върху абцисната ос, за която функционалната стойност на $P(\theta)$ е 0,5. С други думи, когато стандартната стойност на латентния признак е равна на трудността на айтема, вероятността за даване на правилен отговор е 50%:

(4) $$P(b) = 0{,}5$$

Точката *B* с координати $(b, P(\theta))$ – в случая – $B(b,\ 0{,}5)$ се е инфлексна точка. Теоретично *b*, както и θ, може да приема стойности в интервала $(-\infty;+\infty)$, но в практиката по аналогични причини обикновено се използват стойности в интервала [-3;3].

Първата графика на фиг. 2 е крива на айтем с трудност –1. Тя е изтеглена по-наляво от втората графика, която е крива на айтем с трудност 1. За едно и също ниво на θ $P(\theta)$ за първия айтем ще е по-голямо, отколкото за втория, тъй като първия айтем е по-лесен от втория.

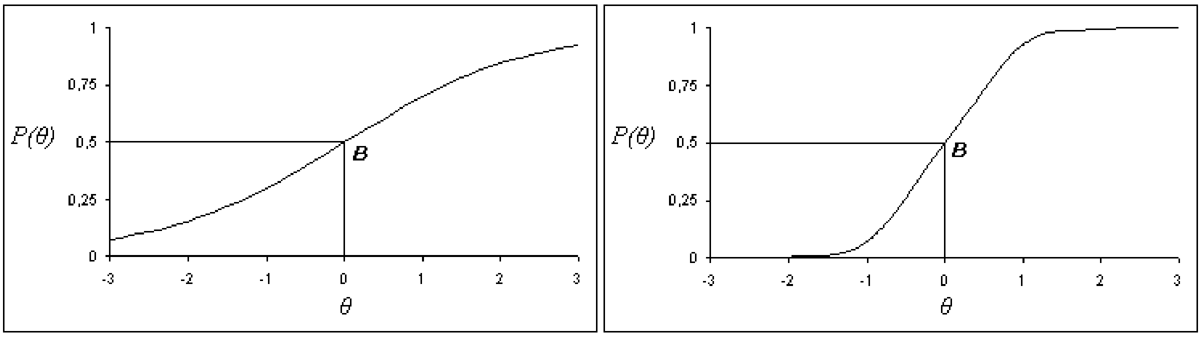
При **двупараметричния модел** айтемът се характеризира от два параметъра – трудност и дискриминативна способност. Формулата за $P(\theta)$ при него е:

(5) $$P(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-Da(\theta - b)}},$$

където *a* е дискриминативната способност на айтема. Очевидно е възможно еднопараметричния модел да се разглежда като частен случай на двупараметричния, при който всички айтеми имат равна дискриминативна способност.

Дискриминативната способност влияе върху наклона на характеристичната крива на айтема по следния начин: колкото по-малка е *a*, толкова по-равна е кривата; колкото по-голяма е *a*, толкова по-наклонена е кривата (фиг. 3). Пълната математическа дефиниция на *a* е твърде обемна, но най-общо казано *a* е пропорционална на наклона на графиката на *P(θ)* в инфлексната точка *B*.

b=0, a=0,5 *b=0, a=1,5*



Фиг. 3. Айтеми с еднаква трудност, но различна дискриминативна способност. Дискриминативната способност на първия айтем е по-малка от тази на втория.

Теоретично *a* може да приема стойности в интервала (-∞;+∞), но в практиката обикновено се използват стойности в интервала [-1,64;1,64], когато се работи с константата *D*, или [-2,8;2,8], когато се работи без нея.

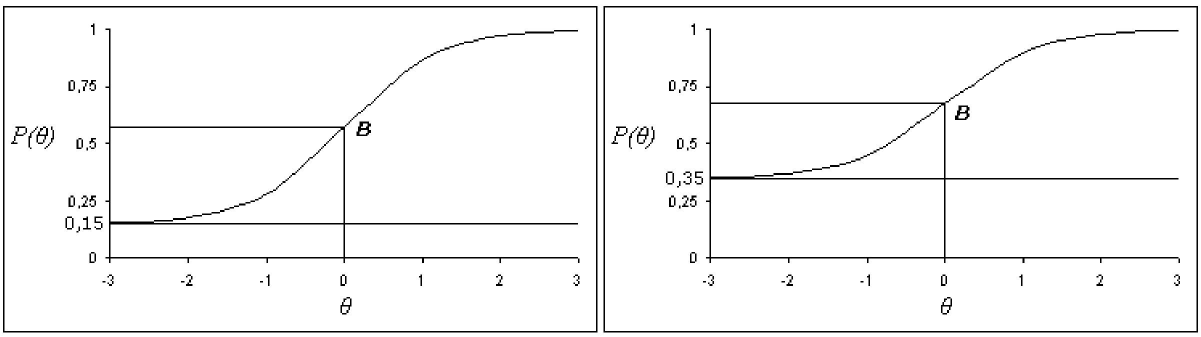
При **трипараметричния модел** характеристичната крива на айтема се конструира чрез въвеждането на трети параметър на айтема – вероятност за налучкване на правилния отговор. Този параметър се използва за да обясни до каква степен е възможно изследваното лице случайно, без да знае отговора, да отговори правилно на дадения айтем. Формулата за *P(θ)* при този модел се различава от съответните изрази при другите два модела, тъй като третия параметър не участва в степенния показател на *e*. Зависимостта се задава с израза:

(6) $$P(\theta) = c + (1-c)\frac{1}{1+e^{-Da(\theta-b)}}$$

където *c* е вероятността за налучкване на правилния отговор.

Очевидно двупараметричният модел може да се разглежда като частен случай на трипараметричния, при който *c=0*. Теоретично *c* може да се изменя в интервала [0;1], но на практика стойности, по-големи от 0,35 са неприемливи.

b=0, a=1, c=0,15 *b=0, a=1, c=0,35*



Фиг. 3. Айтеми с еднаква трудност и дискриминативна способност, но различна вероятност за налучкване на правилния отговор. Вероятността за налучкване на правилния отговор на първия айтем е по-малка, отколкото тази на втория.

Въвеждането на *c* променя значително свойствата на характеристичната крива на айтема. Математически това се състои в изместването на долната асимптота на кривата – графиката на $P(\theta)$ е асимптотична не относно абцисната ос, а относно успоредна на нея права с уравнение $P(\theta)=c$ (фиг. 3). Това е така тъй като най-малката възможна вероятност за даване на правилен отговор не е 0, а *c*. Така

(7) $$\lim_{\theta \to -\infty} P(\theta) = c$$

С въвеждането на *c* се променя и математическия смисъл на параметъра трудност. Когато $\theta=b$ вероятността за даване на правилен отговор не е 50%, както при еднопараметричния и двупараметричния модел, а:

(8) $$P(b) = \frac{1+c}{2}$$

Така се променят и координатите на инфлексната точка: $B(b, \frac{1+c}{2})$. Очевидно колкото по-голяма е вероятността за налучкване на правилния отговор, толкова по-голяма ще е и вероятността за даване на правилен отговор.

Заключение

Основен елемент на Айтемно-отговорната теория е характеристичната крива на айтема, която характеризира айтема и представя графично зависимостта между латентния признак, измерван от него, и вероятността за даване на правилен отговор. Уравнението на кривата е функция в която участват параметрите на айтема. Трудността показва колко лесен или труден е айтемът и се съизмерва със стандартните стойности на латентния признак. Дискриминативната способност отразява способността на айтема да диференцира изследвани лица, попадащи на различни места по скалата на латентния признак, като най-отчетливо се диференцират тези изследвани лица, чиито стандартни стойности на латентния признак са по-ниски или по-високи от трудността на айтема. Вероятността за налучкване на правилния отговор характеризира възможността изследваното лица да познае, без да знае отговора на айтема. При дихотомни айтеми (такива, чиито отговори попадат в две категории – правилни и неправилни) основните модели, използвани за построяване на характеристичната крива на айтема са: едмопараметричен модел (параметър – трудност), двупараметричен модел (параметри – трудност, дискриминативна способност) и трипараметричен модел (параметри – трудност, дискриминативна способност, вероятност за налучкване на правилния отговор).
Основните модели при дихотомни айтеми са база за извеждането на фундаментални зависимости между латентния признак, вероятността за даване на правилен отговор и параметрите на айтема. На тази база почиват както механизмът за построяването на характеристичната крива на теста, така и айтемно-отговорните модели за айтеми, чиито отговори попадат в повече от две категории. Със своите разширени възможности, Айтемно-отговорната теория дава най-прецизният алгоритъм за оценяване на параметрите на всеки отделен айтем, а от там – и на латентната променлива, която представлява интерес за изследователя.

Библиография

1. Baker, F. (2001). The Basics of Item Response Theory (second edition), ERIC Clearinghouse on Assessment and Evaluation
2. Reeve, B., An Introduction to Modern Measurement Theory, US National Cancer Institute, http://appliedresearch.cancer.gov/areas/

3. Stage, C. (1997). The Applicability of Item Response Models to the SweSAT. A Study of the DTM Subtest, Umea, Umea University, Department of Educational Measurement, http://www.umu.se/edmeas/index_eng.html